

## USO DE MOEDAS DE CENTAVOS DE REAL EM UMA DISCUSSÃO SOBRE DENSIDADE E EMPUXO

Thalita Ferreira Menegassi de Souza<sup>1</sup>

Anderson O. Ribeiro<sup>2</sup>

**RESUMO:** Qual a importância da densidade em nosso cotidiano? E o empuxo? Muitos alunos já se fizeram estas e outras perguntas, principalmente quando estes conceitos são apresentados sem qualquer relação com a realidade cotidiana. Neste artigo apresentamos uma possibilidade de trabalho interdisciplinar com os temas acima a partir de um experimento simples que possibilita a medida da relação entre a massa e o volume de diferentes moedas do Real, dinheiro oficial do Brasil. A proposta aqui discutida foi realizada com um grupo de alunos de um curso preparatório popular da cidade de Ribeirão Preto – SP, o CIMEAC – Conexão, e pode ser reproduzida por educadores em qualquer ambiente escolar do Brasil, sem a necessidade de uso de um laboratório de ciências. A partir da determinação da densidade do material, determinados pela análise gráfica dos dados obtidos, pode-se introduzir em sala de aula uma discussão sobre os conceitos teóricos e as aplicações práticas da Densidade e do Empuxo, mostrando ao aluno sua importância na produção e utilização de materiais e artefatos presentes em seu dia a dia.

**Palavras-chave:** Ensino de Ciências; Densidade; Empuxo.

**ABSTRACT:** This paper discusses the importance of density and the thrust in everyday life, by emphasizing an interdisciplinary approach in the teaching of sciences, dealing with a simple experiment which makes possible the measure of the relation between mass and volume of different Brazilian “Real” coins. The purpose we discuss here has already been done in a group of students in “CIMEAC-Conexão”, a popular school in Ribeirão Preto – São Paulo.

**Keywords:** Teaching of Sciences; Density; Thrust.

### INTRODUÇÃO

Por que uma bola de isopor “flutua” e uma bola de chumbo “afunda” quando colocados em um tanque cheio de água? Por que algumas bexigas quando cheias “flutuam” no ar e outras não? Estas questões podem encontrar respostas na análise de um conceito relativamente simples: a densidade. Neste caso, na densidade relativa entre o material e o meio em que este se encontra.

A densidade absoluta (ou massa específica) é uma característica própria de cada elemento, substância ou material [1], sendo definida como a razão entre a massa da amostra o volume ocupado por uma esta (1):

<sup>1</sup> Mestranda no Programa de Pós-Graduação de Ciência e Tecnologia/Química na Universidade Federal do ABC.

<sup>2</sup> Professor adjunto do Centro de Ciências Naturais e Humanas da Universidade Federal do ABC, campus de Santo André. Doutorado em Química Inorgânica pela USP. Pós-Doutorado em Química Orgânica pela Universidade de Aveiro (Portugal).

$$d = \frac{m}{V}, \quad (1)$$

onde  $m$  é a massa (em gramas) e  $V$  é o volume (em  $\text{cm}^3$ ).

O valor da densidade é sempre o mesmo para qualquer quantidade do elemento, composto ou mistura analisada, sendo, portanto, classificada como uma propriedade intensiva. Como consequência primeira, a densidade pode ser utilizada para a identificação ou mesmo para a separação de materiais [2].

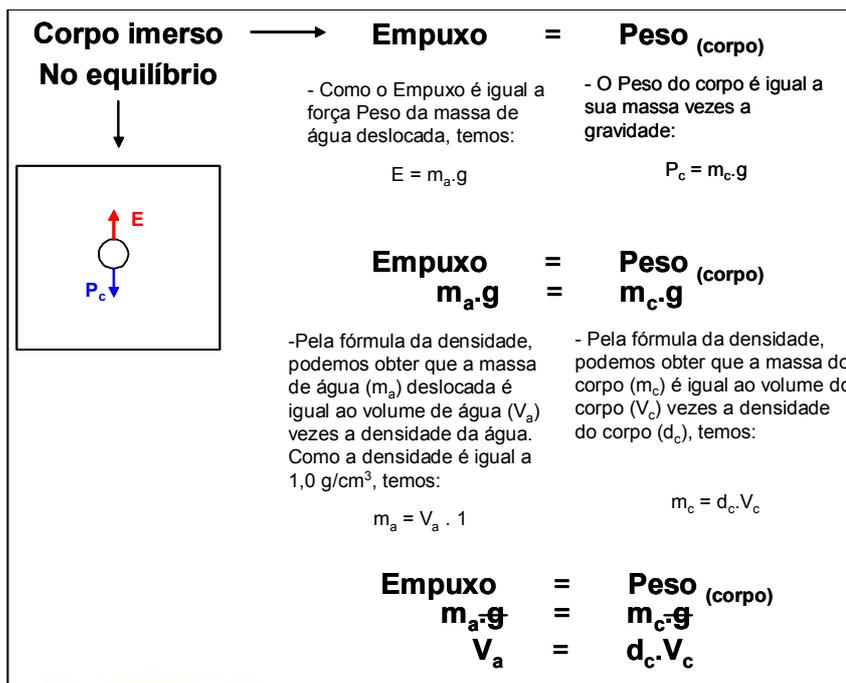
A decantação, por exemplo, quando empregada no tratamento de água, se baseia na diferença entre a densidade da água ( $1,0 \text{ g.cm}^{-3}$ ) e a dos flocos formados pela sujeira glomerada e ação de um agente químico coagulante, proporcionando o depósito deste no fundo dos tanques, facilitando sua retirada [3]. No simples ato de pescar com vara e anzol, a densidade também tem um papel importante, já que uma bóia (menos densa que a água) é posicionada na linha para determinar a profundidade que o pescador deseja que o anzol (mais denso que a água) atinja.

Por empregos como este, a densidade está popularmente relacionada com o conceito de “boiar” e “afundar”. Mas será que podemos afirmar que um objeto com densidade maior que  $1,0 \text{ g.cm}^{-3}$  (feito com ferro, por exemplo) irá sempre afundar se colocado na água? Sim? Então como um barco fabricado quase que completamente de ferro “flutua” sobre a água?

Um conceito muitas vezes desconhecido e que possui um papel importante nesta questão é o Empuxo. Quando um corpo é imerso em água irá deslocar uma determinada porção do líquido, já que dois corpos não ocupam o mesmo lugar no espaço. O Princípio de Arquimedes define que um corpo imerso parcial ou totalmente num líquido sofre a ação de uma força vertical orientada de baixo pra cima, denominada Empuxo, cuja intensidade é igual ao Peso (força Peso) do líquido deslocado mas na direção oposta [4].

Então, sobre um corpo imerso em um líquido, temos a atuação das seguintes forças: para baixo, em direção a centro da Terra, a força Peso ( $P$ ), que é obtida pela multiplicação da massa do corpo pela gravidade ( $P_{\text{corpo}} = m_{\text{corpo}} \cdot g$ ) e; para cima, o Empuxo ( $E$ ), uma força vertical contrária, que é igual a força Peso da massa da quantidade de água deslocada pelo corpo imerso na água ( $E = P_{\text{água}} = m_{\text{água}} \cdot g$ ) [5-6].

Um esquema das forças presentes sobre um corpo em equilíbrio quando imerso em água pode ser verificado abaixo:



**Esquema 01.** Forças atuando em um corpo em equilíbrio em água.

De acordo com o esquema apresentado, temos as possíveis situações:

1) Quando um corpo está completamente submerso em água, o volume deslocado de água ( $V_a$ ) é exatamente igual ao volume do corpo ( $V_c$ ). Assim, se a densidade do corpo ( $d_c$ ) for maior que 1,0 g/cm<sup>3</sup>, o valor da força Peso ( $P_c$ ) será maior que o empuxo ( $E$ ), e o material “afundará”.

**Em equilíbrio**

**Empuxo = Peso (corpo)**

$$m_a \cdot g = m_c \cdot g$$

$$V_a = d_c \cdot V_c$$

**E < P, se  $d_c > 1$**

Se a densidade do corpo ( $d_c$ ) for menor do que 1,0 g.cm<sup>-3</sup>, o corpo voltará a superfície e flutuará. Se for exatamente igual a 1,0 g.cm<sup>-3</sup>, o corpo ficará em equilíbrio com a água (nem afunda nem flutua).

2) Quando um corpo está parcialmente submerso em água (“flutuando”), a força Empuxo exercida no corpo precisa ser igual a força Peso ( $P_c$ ) para que o sistema permaneça em equilíbrio. Assim, o valor da multiplicação do volume do corpo pela sua densidade ( $d_c \cdot V_c$ ) deve ser igual ao volume de água deslocado ( $E = V_a$ ).

Se um corpo “flutua” em água, seu volume total ( $V_c$ ) é maior que o volume de água deslocado ( $V_a$ ). Portanto, para que um material “flutue” em água é necessário que sua densidade ( $d_c$ ) seja menor que  $1,0 \text{ g/cm}^3$ , já que o cálculo de ( $d_c \cdot V_c$ ) precisa dar um valor igual ao volume de água deslocado ( $V_a$ ), que como vimos é menor.

#### Em equilíbrio

$$\text{Empuxo} = \text{Peso}_{(\text{corpo})}$$

$$m_a \cdot g = m_c \cdot g$$

$$V_a \cdot d_a = d_c \cdot V_c$$

$$\boxed{V_a} \cdot 1 = d_c \cdot \boxed{V_c}$$

Como  $V_c > V_a$ ,  
 $d_c$  precisa ser maior que  $1,0 \text{ g/cm}^3$

É de se esperar, portanto, que materiais com densidade menor que  $1,0 \text{ g.cm}^{-3}$  desloquem um pequeno volume de água, ficando emersos (“flutuam”). Outra possibilidade para que um material flutue em água, mesmo que sua densidade seja maior que  $1,0 \text{ g.cm}^{-3}$ , é fazer com que o volume de água deslocado ( $V_a$ ) seja grande. Neste caso, o valor da multiplicação da densidade do corpo pelo seu volume ( $d_c \cdot V_c$ ) pode ser igual ao grande volume de água deslocado ( $V_a$ ) e, mesmo que a densidade do material seja maior que a da água, ele irá “flutuar”.

Agora podemos explicar melhor a questão levantada sobre os navios, que conseguem permanecer emersos mesmo sendo construídos com um material mais denso que a água (Ferro). Para navegar sobre a água, os navios são construídos de modo a combinar os dois meios possíveis para flutuar discutidos acima: uma menor densidade e um grande deslocamento de volume de água.

Os navios possuem partes ocas ou menos densas em seu interior, o que ameniza o peso da embarcação. Além disso, o modo como são construídos permite que eles desloquem uma grande quantidade de água, aumentando a força Empuxo exercida sobre o navio [7].

Pode-se compreender também, de acordo com as forças em questão, porque os barcos podem naufragar. A entrada de água em uma embarcação faz com que o volume de água deslocado pelo barco diminua, o que diminui, conseqüentemente, o Empuxo exercido sobre ele [8-9]. O desequilíbrio entre as forças faz o navio afundar cada vez mais. A medida que mais água entra, menos favorecido fica o Empuxo, o que leva a submersão completa da embarcação.

Assim como o Empuxo é essencial para o perfil das construções navais, a densidade é uma característica importante para definir a aplicação de materiais

produzidos pela indústria. O PVC, por exemplo, é utilizado em tubulações por ser um polímero resistente, de fácil produção e fácil moldagem. Além disso, por possuir densidade maior que  $1,0 \text{ g.cm}^{-3}$ , pode ser utilizado em sistemas de captação em tanques, lagos ou rios sem a necessidade de uma grande força para mantê-lo submerso na água [10].

Neste artigo apresentamos um experimento que pode ser utilizado por educadores em qualquer escola ou curso preparatório popular do Brasil para a discussão sobre os conceitos de densidade e Empuxo. Medindo o volume de moedas de centavos de Real, com um aparato construído com materiais bastante acessíveis, demonstramos a possibilidade de obtenção do valor da densidade do material com que as moedas são forjadas, o aço inoxidável.

Atualmente as moedas são feitas de aço inoxidável, devido à alta resistência a corrosão, resistência à oxidação, facilidade de conformação, resistência a altas temperaturas, além de uma relação favorável no custo/benefício deste material. Devido a essas características, o aço inoxidável é também empregado em construções, móveis, e componentes de equipamentos industriais [11].

Dado a estrutura inoxidável e resistente a deformação, a massa das moedas pouco se altera com o uso diário, mesmo após anos. Podemos então usar um valor padrão para sua massa, empregado no seu fabrico, e que ser obtido facilmente no *site* oficial da casa da moeda do Brasil [12].

Precisamos agora encontrar o outro valor necessário para o cálculo da densidade, o volume das moedas. Podemos determinar seu volume empregando o deslocamento do líquido obtido quando as moedas são submersas em água. O princípio do Empuxo demonstra que o volume deslocado por objetos submersos em determinado líquido é igual ao volume do próprio objeto. Conta à história que foi justamente determinando a pureza de moedas, na época feitas com ouro, que Arquimedes definiu o princípio do Empuxo [13].

Assim, o procedimento que propomos neste artigo para a determinação da densidade das moedas é o emprego de um gráfico originado pela massa *versus* o volume obtido com a submersão de uma série de moedas de aço em um recipiente graduado cheio de água.

## **OBJETIVOS**

Determinar a densidade do aço inoxidável, que é empregado na fabricação de moedas de Real e, a partir dos resultados, discutir alguns conceitos como a densidade, o Empuxo e os gráficos da função do 1º grau.

## **PARTE EXPERIMENTAL**

Para a comparação do erro entre o valor exato da densidade das moedas e o valor obtido no experimento proposto por nós, foram determinadas as massas das moedas (R\$0,10, R\$0,25 e R\$0,50, todas da família original) com a utilização de balança analítica e seus respectivos volumes com uma proveta graduada (volume).

### **1 – OBTENÇÃO DA DENSIDADE DAS MOEDAS: PROCEDIMENTO COM INSTRUMENTOS ANALÍTICOS**

Este procedimento foi realizado com equipamentos dos laboratórios didáticos da Universidade Federal do ABC [14].

#### **1.1 - Determinação da massa média das moedas e do desvio padrão.**

Pesou-se individualmente, em uma balança analítica, cinquenta moedas de R\$0,10, R\$0,25 e R\$0,50 da família original de moedas do Real, confeccionadas em aço inoxidável. Foi obtido o valor da média da massa e o desvio padrão para cada valor.

#### **1.2 - Determinação do volume deslocado por uma série de moedas.**

Em uma proveta graduada (25,0 mL), foi adicionado água até o volume de 5,0 mL, o qual iremos chamar de volume inicial. A esta proveta adicionou-se uma moeda de um dos valores estudados (com sua massa previamente obtida na balança analítica) e anotou-se o volume de água deslocado. Em seguida, colocou-se outra moeda de mesmo valor (também com a massa previamente obtida), juntamente com a anterior, e anotou-se o volume deslocado em relação ao volume inicial. Este passo foi seguido para um número de dez moedas, sempre com adições consecutivas. Foi

elaborada uma tabela com a massa total em cada medida e o respectivo volume total de água deslocado.

Este procedimento, de medição do volume deslocado por uma série de moedas ao invés da medida do volume de cada moeda individualmente, diminui o erro das medidas, aproximando a determinação da densidade do seu valor real.

### *1.3 - Construindo o gráfico*

Para a determinação da densidade, foi elaborado um gráfico obtido pelos dados da massa total de moedas em cada medida (eixo ordenadas) *versus* o volume total de água deslocado por estas (abscissas).

## **2 - OBTENÇÃO DA DENSIDADE DAS MOEDAS: PROCEDIMENTO PROPOSTO COM ARTEFATO CONSTRUÍDOS COM MATERIAIS ACESSÍVEIS**

Os resultados aqui apresentados foram obtidos durante o trabalho com um grupo de alunos de um curso preparatório popular da cidade de Ribeirão Preto – SP, o CIMEAC – Conexão.

### *Materiais empregados:*

- 50 moedas de aço inoxidável (família original do real).
- bebedouro de plástico transparente para pássaros, com abertura suficiente para entrada de moedas.
- caneta para marcar plástico.
- seringa de plástico com graduação de 0,5 em 0,5 mL.
- régua, transferidor e papel milimetrado.

### *Procedimentos:*

#### *2.1 - Construindo a proveta*

Primeiramente, a boca do bebedouro de pássaros foi retirada. Virando-o de cabeça para baixo, é possível adicionar água e também imergir uma série de moedas. Para a elaboração da graduação, despejou-se, com o auxílio da seringa, 1,0 mL de água no bebedouro, marcando a altura obtida com uma caneta. Este procedimento foi repetido com adições sucessivas de 0,5 mL de água, até o volume

final de 15,0 mL. Assim, o bebedouro ficou parecido com uma “proveta de laboratório” (Figura 1).



**Figura 1:** Artefato proposto para a medida de volume das moedas

### 2.2 - Determinação do volume associado à massa de uma seqüência de moedas

Na proveta construída, foi adicionada água até o volume de 3,0 mL até atingir a marca previamente definida para este volume. Iremos considerar este valor como o volume inicial. A esta “proveta” adicionou-se uma moeda de um dos valores estudados e anotou-se o volume de água deslocado. Em seguida, colocou-se outra moeda de mesmo valor, juntamente com a anterior, e anotou-se o volume deslocado em relação ao volume inicial. Este passo foi seguido para dez moedas, sempre com adições consecutivas. Foi elaborada uma tabela com a massa total em cada medida (utilizando-se para cada moeda o valor da massa média) e o respectivo volume total de água deslocado.

### 2.3 - Construindo o gráfico

O gráfico para a determinação da densidade foi construído, em papel milimetrado, com as ordenadas (eixo y) dadas pela soma das massas das moedas e as abscissas dadas pelo respectivo volume total deslocado (eixo x). Por meio da medida do ângulo de inclinação do gráfico ( $\alpha$ ), obtido com o auxílio do transferidor, é possível encontrar a densidade da moeda, pela relação:  $d = \text{tg } \alpha = \Delta x / \Delta y$  [15-17].

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

A tabela 1 apresenta as massas médias obtidas para um conjunto de 100 (cem) moedas usadas no dia a dia e pesadas na balança analítica, bem como o valor oficial de produção fornecido pela casa da moeda.

Tabela 1: Massa das moedas.

Valores (em R\$)	Massa média (g)	Massa (g; valores oficiais)
0,10	3,64	3,59
0,25	4,78	4,78
0,50	3,94	3,92

Verificou-se que as massas das moedas de um mesmo valor não apresentam variação significativa entre si, nem mesmo uma diferença significativa com o valor padrão de fabricação fornecido pelo órgão responsável pela sua manufatura.

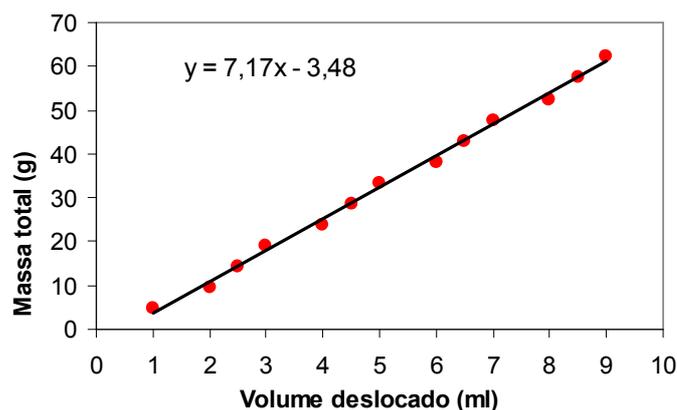
Assim, para a realização do experimento em sala de aula com a utilização da massa média apresentada aqui, ou do valor padrão de fabricação, o erro propagado no cálculo da densidade será pequeno.

No procedimento realizado com balança analítica e proveta de vidro, encontrou-se os seguintes valores de densidade:  $7,57 \text{ g.cm}^{-3}$ ,  $7,83 \text{ g.cm}^{-3}$  e  $7,72 \text{ g.cm}^{-3}$ , respectivamente, para as moedas de R\$ 0,10, R\$ 0,25 e R\$ 0,50. A média da densidade entre as três medidas realizadas foi de  $7,63 \text{ g.cm}^{-3}$ . Este valor é bastante próximo do valor da densidade média do aço, que é  $7,86 \text{ g.cm}^{-3}$ .

O gráfico 1 abaixo apresenta o resultado das medidas realizadas para a moeda de R\$0,25 com o artefato de plástico aqui proposto durante os trabalhos com alunos do CIMEAC - Conexão. A massa considerada para cada moeda foi de 4,78 gramas. O gráfico apresentado foi obtido em computador.

Volume deslocado (ml)	Massa total (g)
1,0	4,78
2,0	9,56
2,5	14,34

3,3	19,12
4,0	23,90
4,5	28,68
5,2	33,46
6,0	38,24
6,5	43,02
7,0	47,80
8,2	52,58
8,5	57,36
9,0	62,14



**Gráfico 1:** Resultado obtido para as moedas de R\$0,25 medindo o volume com o artefato de plástico proposto.

O valor da densidade encontrado para a moeda de R\$0,25 empregando o artefato construído foi de  $7,17 \text{ g.cm}^{-3}$ . Apesar do valor apresentar um erro de 8,7% em relação ao valor teórico da densidade do aço, podemos considerar um resultado bastante bom em vista do instrumento de medida utilizado.

Para as moedas de R\$ 0,10 e R\$ 0,50, os valores encontrados foram  $7,56 \text{ g.cm}^{-3}$  e  $7,88 \text{ g.cm}^{-3}$ , respectivamente. Considerando-se as três medições, a média encontrada para a densidade é de  $7,53 \text{ g.cm}^{-3}$ , valor bem próximo ao obtido no experimento com instrumentos de precisão e do valor teórico do aço.

Os resultados encontrados mostram que o artefato aqui proposto pode ser utilizado pelos educadores em qualquer ambiente escolar sem comprometer a interpretação dos conceitos por parte dos alunos. Pelo contrário, a realização das medições em sala de aula pode proporcionar uma melhoria na interpretação e contextualização dos conceitos abrangidos, mostrando-se, portanto, importante para o processo de ensino aprendizagem destes temas.

Ainda, propomos que os educadores utilizem folhas milimétricas para a confecção dos gráficos, e de um transferidor para a obtenção da tangente do ângulo de inclinação no trabalho de obtenção do valor da densidade das moedas. Esta atividade pode propiciar uma discussão sobre conteúdos relacionados com funções matemáticas e de outros conteúdos relacionados a análises gráficas.

Também, outros temas relacionados podem ser abordados antes e depois de realizar a atividade proposta. Na Figura 2, apresentamos um mapa com alguns temas relacionados que foram discutidos ao longos dos trabalhos apresentados neste texto. Esta é apenas uma possibilidade, já que no decorrer das atividades

novas relações e interpretações podem ser discutidas de acordo com os dados obtidos.

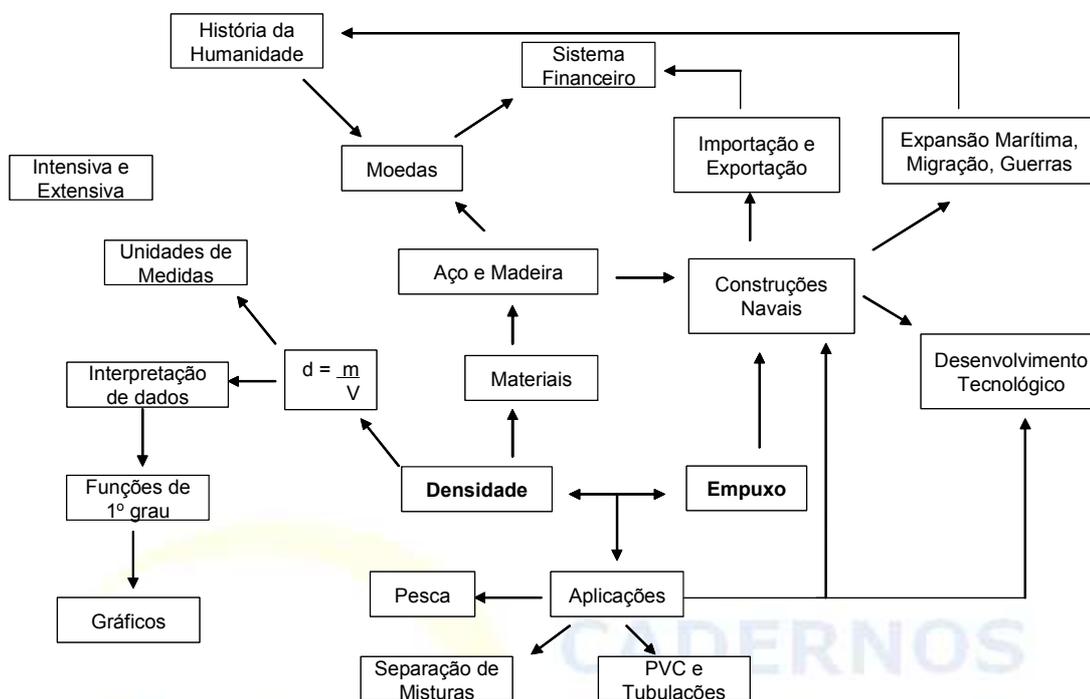


Figura 02: Conceitos relacionados ao tema abordado.

## CONCLUSÃO

Os resultados obtidos evidenciam que o valor da densidade obtido com o procedimento proposto apresenta uma grande proximidade ao valor teórico, o que mostra que o artefato construído pode ser empregado em qualquer ambiente de ensino sem grandes prejuízos para interpretação dos temas. Com esta proposta, os educadores poderão realizar um experimento bastante simples e interessante, e em um ambiente que não necessariamente um laboratório de ciência.

## SITES ACESSADOS

<http://www.casamoaeda.gov.br> - Acesso em dezembro de 2012.  
<http://www.ufabc.edu.br>

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANTON, Howard. **Cálculo, um novo horizonte**. 6. ed. Porto Alegre: Bookman, 2000.

ATKINS, Peter; JONES, Loretta. **Princípios de Química: questionando a vida moderna e o Meio Ambiente**. 3. ed. Porto Alegre: Bookman, 2006.

BONJORNO, Regina; BONJORNO, José Roberto; BONJORNO, Valter; RAMOS, Clinton Marcico. **Física Completa**: volume único. 2. ed. São Paulo: FTD, 2001.

CALLISTER JR, William. **Ciência e engenharia de materiais: uma introdução**. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2002.

COTRIM, Gilberto. **História para o ensino médio: Brasil e geral**. Volume único. 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2002.

FELTRE, Ricardo. **Fundamentos da Química**. 1. ed. São Paulo: Moderna, 1990.

FERRARO, Nicolau Gilberto; SOARES, Paulo Antônio de Toledo. **Física Básica 2º grau**. São Paulo: Atual, 1981.

FINNEY, Ross. **Cálculo**: volume 1. 10. ed. São Paulo: Pearson Addison Wesley, 2002.

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de Física**: volume 2. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006.

HINRICHS, Roger; KLEINBACH, Merlin. **Energia e Meio Ambiente**. 3. ed. São Paulo: Pioneira Thonson Learning, 2003.

SAFIER, Fred. **Teoria e problemas de pré-cálculo**. Porto Alegre: Bookman, 2003.

TIPLER, Paul Allan. **Física para cientistas e engenheiros**: volume 1- Mecânica, oscilações, ondas e termodinâmica. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006.

USBERCO, João; SALVADOR, Edgar. **Química Essencial**. 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2001.

VAN VLACK, Lawrence. **Princípios de Ciência dos materiais**. São Paulo: Blücher, 1970.

\_\_\_\_\_. **Princípios de Ciência e Tecnologia dos Materiais**. Rio de Janeiro: Campus, 1984.