



MODELAGEM MATEMÁTICA NA GRADUAÇÃO: ANÁLISE DE ARTIGOS DA BIBLIOTECA SCIELO NO PERÍODO 2011-2017

MATHEMATICAL MODELLING IN THE UNDERGRADUATE: ANALYSIS OF SCIELO LIBRARY ARTICLES IN THE PERIOD 2011-2017

MODELACIÓN MATEMÁTICA EN LA GRADUACIÓN: ANÁLISIS DE ARTÍCULOS DE LA BIBLIOTECA SCIELO EN EL PERÍODO 2011-2017

Mara Kessler Ustra
Universidade do Estado de Minas Gerais – UEMG
E-mail: ustrank@gmail.com

Fernanda Vieira Costa
Universidade do Estado de Minas Gerais – UEMG
E-mail: fernandavieiracosta@gmail.com

Sandro Rogério Vargas Ustra
Universidade Federal de Uberlândia – UFU
E-mail: srvustra@ufu.br
Agência de fomento: FAPEMIG

RESUMO

Apresentamos uma análise de artigos disponibilizados na biblioteca eletrônica SciELO que tratam do tema modelagem matemática. Foram considerados 64 artigos, produzidos no período de 2011 a 2017, utilizando-se a análise de conteúdo enquanto estratégia metodológica qualitativa. Desta forma, foi possível perceber que a modelagem matemática constitui-se em um tema com expressiva presença; considerando-se o foco no ensino em nível de graduação, isso ocorre especialmente em dois periódicos. Dentre os artigos voltados para esse foco, são ressaltadas suas potencialidades para contribuir com o aprendizado, enquanto estratégia didática.

PALAVRAS-CHAVE: Matemática. Modelagem matemática. Educação em ciências e matemática.

ABSTRACT

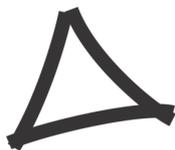
We present an analysis of articles available in the SciELO electronic library that deals with the mathematical modelling theme. We considered 64 articles, produced in the period from 2011 to 2017, using content analysis as a qualitative methodological strategy. In this way, it was possible to perceive that mathematical modelling constitutes a theme with significant presence; considering the focus on teaching at the undergraduate level, this occurs especially in two periodicals. Among the articles aimed at the teaching of mathematical contents at undergraduate level, its potentialities are emphasized to contribute to the learning as a didactic strategy.

KEYWORDS: Mathematics. Mathematical modelling. Science and mathematics education.

RESUMEN

Presentamos un análisis de artículos disponibles en la biblioteca electrónica SciELO que tratan del tema modelación matemática. Se consideraron 64 artículos, producidos en el período de 2011 a 2017, utilizando el análisis de contenido como estrategia metodológica cualitativa. De esta forma, fue posible percibir que el modelado matemático se constituye en un tema con expresiva presencia; considerando el foco en la enseñanza a nivel de graduación, esto ocurre especialmente en dos periódicos. Entre los artículos orientados a la enseñanza de contenidos matemáticos a nivel de graduación, se resaltan sus potencialidades para contribuir con el aprendizaje, como estrategia didáctica.

PALABRAS-CLAVE: Matemática. Modelación matemática. Educación en ciencias y matemática.



1. INTRODUÇÃO

Desde o ano de 2015, desenvolvemos um projeto de pesquisa que visa investigar contextos, possibilidades e perspectivas para a modelagem matemática em cursos superiores com vistas a favorecer um efetivo aprendizado dos conteúdos matemáticos em distintas áreas de formação, especialmente em cursos de engenharias e sistemas de informação. Esse projeto articula temas que são contemplados em diferentes níveis, desde a iniciação científica até a pós-graduação, desdobrando-se em tópicos associados à linha de pesquisa em Educação em Ciências e Matemática.

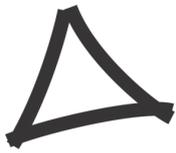
A expectativa é de que, com os resultados deste projeto, possamos caracterizar as principais dificuldades dos estudantes relativamente à modelagem matemática, suas relações com as áreas de formação, especialmente nos cursos envolvidos e as alternativas para superação das mesmas.

No primeiro semestre de 2017, as etapas de pesquisa desenvolvidas consistiram especificamente no levantamento bibliográfico sobre modelagem matemática, perspectivas, dificuldades e propostas metodológicas. Neste período, interessamo-nos especialmente pela análise crítica, sistematização e elaboração de propostas didáticas (apoio pedagógico) de modelagem matemática para serem implementadas em disciplinas de matemática (ou correlatas) dos cursos de graduação envolvidos.

Enquanto foco deste artigo, enfatizamos resultados obtidos através de levantamento bibliográfico e análise de conteúdo de artigos dispostos na biblioteca SciELO sobre a modelagem matemática, especialmente voltados para o ensino de conteúdos de matemática em nível de graduação.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

A utilização de modelos matemáticos em diversas áreas é bastante comum; exemplo típico é o uso em processos técnicos principalmente nas engenharias (LAUDARES, LACHINI, 2005; FERRUZZI, ALMEIDA, 2013), onde se torna uma ferramenta importante, pois os mesmos fornecem condições para determinar as operações ótimas de um determinado



processo em estudo (planejamento, otimização, aperfeiçoamento, diagnóstico de falhas, controle, etc.).

A modelagem matemática (MM) vem continuamente ganhando espaço desde suas primeiras propostas, quer seja enquanto ferramenta de análise, quer seja enquanto estratégia pedagógica (BIEMBENGUT, 2009). A abordagem de questões reais, do âmbito de interesse dos alunos, pode motivar e apoiar a aquisição e compreensão de métodos e conteúdos da matemática (BRITO, ALMEIDA, 2005; CARREJO, MARSHALL, 2007).

Na modelagem matemática de qualquer situação ou problema real, pode-se compreender uma sequência de etapas, de acordo com Bassanezi (2014):

1. Experimentação: consiste na obtenção dos dados experimentais, cuja compreensão necessita da modelagem matemática. Do ponto de vista do grau de confiabilidade, é de grande importância que esses dados recebam um tratamento estatístico.
2. Abstração: momento da formulação do modelo matemático a partir dos dados experimentais e da discriminação das variáveis que descrevem a situação em estudo.
3. Resolução: etapa do teste do modelo formulado, ou seja, converte a linguagem da sua situação problema em linguagem matemática. Dependendo da complexidade na formulação do modelo matemático, torna-se necessário um método computacional para a resolução numérica aproximada, sendo essencial para o futuro aprimoramento do modelo.
4. Validação: processo em que o modelo proposto é aceito ou não, momento do confronto entre o modelo juntamente com as hipóteses formuladas na etapa da abstração com os dados experimentais.
5. Modificação e aplicação: considerando fatores ligados aos dados experimentais, talvez seja necessária uma reformulação, análise das hipóteses ou variáveis que não foram consideradas e que estejam afetando o modelo. Finalmente, o modelo construído é aplicado para solucionar o problema, de acordo com o que se estava buscando.

A Figura 1 apresenta o esquema de articulação destas etapas, as quais permitem uma visão geral do processo de modelagem, auxiliando na condução das atividades quer por estudantes, professores e/ou demais profissionais envolvidos.

Enquanto recurso pedagógico, a MM pode ser implementada segundo três momentos, nos quais o envolvimento dos alunos é realizado de forma gradativa. Num primeiro momento, a

situação problema, os dados e demais informações necessárias são propostos/disponibilizados pelo professor. O segundo momento contempla a proposição de uma situação problema, para a qual os alunos (geralmente em grupos) deverão investigar, definir as variáveis e obter os dados necessários para constituir o modelo. Já no terceiro momento, cabem aos alunos (também em grupos) identificar a situação problema e dar sequência às demais etapas da MM (ALMEIDA, SILVA e VIRTUAN, 2012).

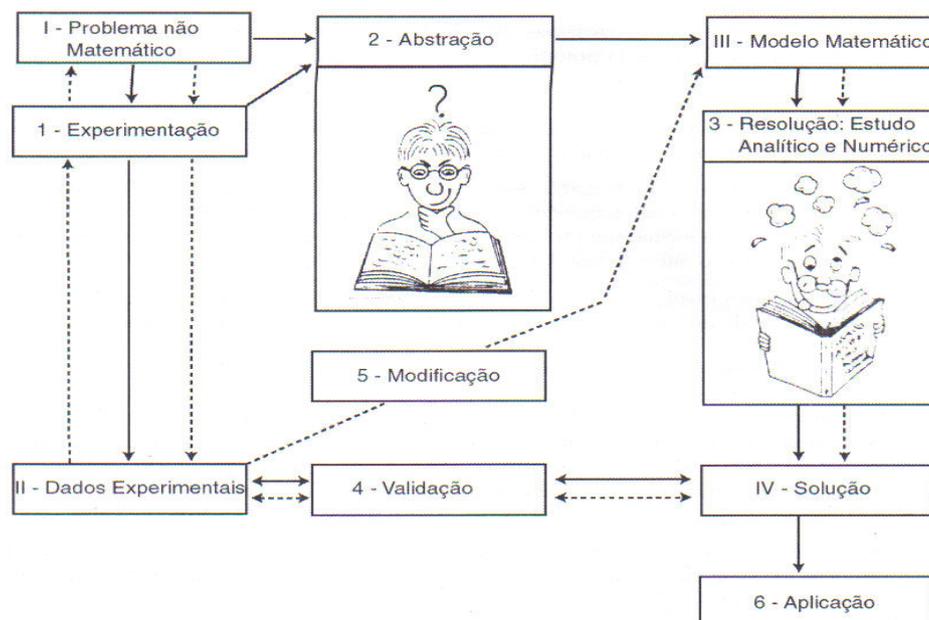


Figura 1: Etapas da Modelagem Matemática (BASSANEZZI, 2014, p. 27)

Desta forma, o terceiro momento representa um estágio mais avançado na MM, a qual será implementada num contexto de atuação coletiva. Esta organização do trabalho em grupos encontra ressonância com a própria organização das comunidades científicas para construção de conhecimentos e contribui fortemente para o aprendizado, especialmente a partir das interações que se estabelecem entre os estudantes (ARAÚJO, 2006; VILCHES, GIL, 2011).



3. MATERIAIS E MÉTODOS

A atividade apresentada neste trabalho envolve uma pesquisa bibliográfica na plataforma SciELO (www.scielo.br), considerando uma busca através dos termos “modelagem matemática” em qualquer índice (título, assunto ou resumo) dos artigos no período 2011-2017.

O desenvolvimento da atividade ocorreu de março a julho de 2017. Os artigos identificados foram classificados e analisados qualitativamente segundo a metodologia da análise de conteúdo (BARDIN, 2011).

Desta forma, destacamos enquanto unidades de registro mais pertinentes ao foco da pesquisa os seguintes temas: ênfase atribuída à MM; metodologia de pesquisa adotada; etapas de modelagem; conteúdo conceitual da MM; inserção curricular; envolvimento dos alunos; natureza dos resultados; e dificuldades do processo de MM.

No âmbito destas unidades de registro, para o recorte pretendido, destacamos algumas das principais categorias de análise que permitiram atingir os objetivos propostos, especialmente quanto às dificuldades encontradas na MM.

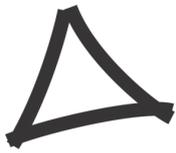
4. ANÁLISE DOS DADOS E RESULTADOS

De acordo com seu foco de atenção, os artigos encontrados podem ser distribuídos nos cinco grupos propostos na Tabela 1:

Tabela 1: Distribuição dos artigos do período 2011-2017 conforme foco.

Foco dos artigos	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	Total
Aplicação técnica	3	10	7	3	6	10	6	45
Ensino de graduação	0	3	1	0	3	1	2	10
Educação básica	0	1	1	1	1	0	0	4
Estado da Arte	0	3	0	0	0	0	0	3
Formação de professores	0	2	0	0	0	0	0	2
Total	3	19	9	4	10	11	8	64

Predominam artigos voltados às aplicações técnicas da modelagem matemática (MM), quando o objeto principal das investigações é a construção de modelos para resolver problemas especialmente na área das engenharias. O segundo grupo com mais artigos



contempla trabalhos que enfatizam a MM como estratégia de ensino em disciplinas da Educação Superior, seguido pelos grupos com menor número de artigos, voltados, respectivamente, ao ensino de Matemática na Educação Básica utilizando a MM como estratégia didática, à caracterização do estado da arte das produções bibliográficas sobre MM e, por último, a contribuições da MM à formação de professores.

A distribuição dos artigos no período analisado pode ser conferida no Gráfico 1, destacando a predominância dos artigos voltados às aplicações técnicas em todos os anos analisados, seguidos pelas produções voltadas à MM enquanto estratégia de ensino em cursos de graduação.

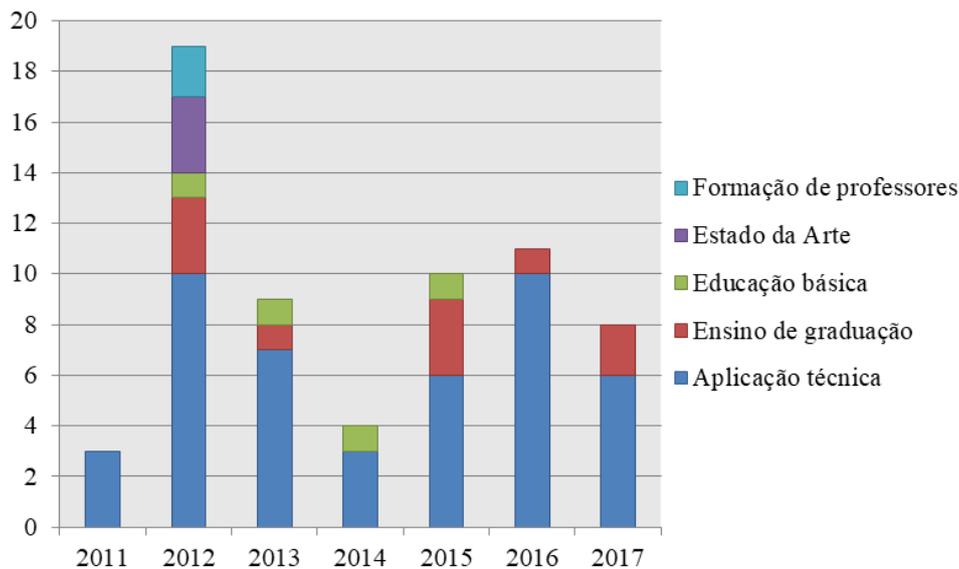


Gráfico 1: Distribuição dos artigos sobre MM no período 2011-2017.

Considerando os objetivos de nossa investigação, analisamos os 10 artigos cujo foco estava na MM enquanto estratégia didática para o ensino de conteúdos de matemática em cursos de graduação. Os trabalhos de pesquisa relatados nestes artigos contemplam três perspectivas (ou ênfases) atribuídas à MM: cognitivista, sociocrítica e aplicada. A distribuição dos artigos em função destas perspectivas está indicada no Gráfico 2.

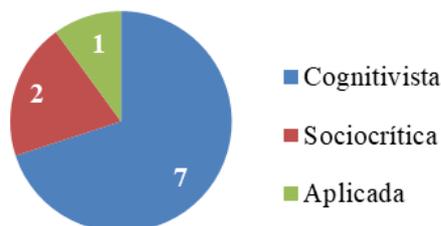
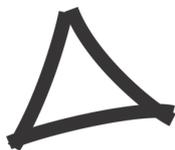


Gráfico 2: Perspectivas atribuídas à MM.

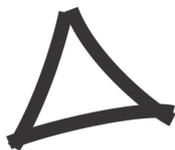
Na perspectiva predominante, a cognitivista, o foco das pesquisas estava em acompanhar e analisar os processos cognitivos desencadeados pelos estudantes no desenvolvimento de atividades pontuais de MM. Na perspectiva sociocrítica buscava-se compreender como os estudantes constroem seu senso crítico quanto aos resultados da MM. Na perspectiva aplicada, o objetivo principal era desenvolver uma proposta de atividade de MM e elaborar material de apoio.

As publicações no tema em foco concentram-se em apenas dois periódicos: *Bolema – Boletim de Educação Matemática*, com 7 artigos, e *Ciência e Educação*, com 3 artigos.

Em todos os artigos há referências ao emprego de metodologias de pesquisa qualitativas; entretanto, em nenhum deles foi encontrado o detalhamento ou mesmo explicitação de metodologias específicas de análise dos dados.

As etapas da MM são definidas a priori nas atividades desenvolvidas com os estudantes, as quais são objeto de investigação dos trabalhos relatados. As principais referências são Almeida e Ferruzzi (2009) e Bassanezzi (2014). De modo geral, estas etapas apresentam uma estrutura semelhante e que contempla etapas de construção do problema (compreendendo uma situação enquanto problema matemático e identificando as variáveis e condições de contorno), construção do modelo matemático, resolução do problema, análise da solução e sua comunicação.

Em todos os artigos, os conteúdos conceituais abordados nas modelagens contemplam o tema funções, alguns avançando para derivadas e noções de integral. As atividades desenvolvidas foram desenvolvidas no escopo de disciplinas obrigatórias da grade curricular dos cursos envolvidos em oito artigos; apenas em dois, estas atividades ocorreram no âmbito de ações extensionistas extracurriculares.



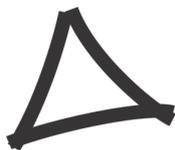
Quanto aos dados que iniciaram os processos de modelagem, em seis artigos são escolhidos e propostos pelo professor responsável pela disciplina de matemática onde a pesquisa está sendo desenvolvida. Em quatro artigos, os alunos coletaram os dados através de medidas ou de outras fontes; destes, em três artigos por proposição do professor. Em termos dos momentos relacionados ao envolvimento dos alunos (ALMEIDA, SILVA e VIRTUAN, 2012), seis artigos relatam experiências relativas ao primeiro momento (situação problema e dados fornecidos pelo professor), um artigo ao segundo momento (situação problema definida pelo professor) e três ao terceiro momento (alunos definem a situação problema).

Os resultados das pesquisas relatadas nos artigos, em sua totalidade, confirmam as hipóteses iniciais quanto às contribuições positivas da MM para o aprendizado dos conteúdos conceituais de matemática envolvidos.

Ainda no âmbito dos resultados, buscamos identificar as dificuldades encontradas no processo de modelagem e apontadas/analizadas nos artigos. Em apenas um artigo houve registro e análise de dificuldade associada à assunção de uma postura crítica quanto aos resultados obtidos na MM. Esta dificuldade deveu-se à atitude do grupo de alunos se apoiar em certezas matemáticas, “de forma inquestionável, para realizar sua análise e chegar às conclusões às quais chegou, corroborando uma ideologia da certeza da matemática” (ARAÚJO, 2012, p. 855). Desta forma, o grupo demonstrou atitude incoerente com a educação matemática crítica. A ideologia da certeza da matemática, raiz da dificuldade encontrada, confere aos alunos pretensas neutralidade e superioridade, a ponto de apresentar argumentos definitivos em impasses ou debates sociais (BORBA e SKOVSMOSE, 1997 apud ARAÚJO, 2012).

No âmbito da MM, identificar e compreender as dificuldades dos alunos no processo é fundamental. Essa dificuldade mais associada à natureza da matemática relaciona-se diretamente à etapa da abstração, ou seja, à própria construção do problema e identificação das variáveis envolvidas. Esta construção extrapola a simples compreensão do enunciado para situar-se na dimensão dos significados atribuídos à situação e aos dados. Através destes significados é que se chegará:

(...) à formulação de problemas com enunciados que devem ser explicitados de forma clara, compreensível e operacional. Desta forma, um problema se constitui em uma pergunta científica quando



explicita a relação entre as variáveis ou fatos envolvidos no fenômeno (BASSANEZI, 2014, p. 28).

Portanto, essa dificuldade está associada ao próprio trabalho científico de compreender e enfrentar um problema genuíno. Na perspectiva de Bachelard trata-se de um obstáculo epistemológico, o qual pode ser compreendido analisando-se:

(...) as **dificuldades** das abstrações corretas, assinalando as insuficiências dos primeiros intentos, o peso dos primeiros esquemas, ao mesmo tempo que destacamos o caráter discursivo da coerência abstrata e essencial que nunca logra seu objetivo da primeira vez. E para mostrar melhor que o processo de abstração não é uniforme, não titubaremos em empregar às vezes um tom polêmico, insistindo sobre o caráter de obstáculo que apresenta a experiência, estimada concreta e real, estimada natural e imediata. (BACHELARD, 1996, p. 8-9, grifo do autor)

No processo de modelagem, as experiências primeiras e o senso comum remetem a obstáculos pedagógicos, os quais implicam, ainda na perspectiva de Bachelard, em considerar que não se trata essencialmente de transmitir conteúdos e conceitos novos, mas, antes, trata-se “de derrubar os obstáculos já sedimentados pela vida cotidiana” (BACHELARD, 1996, p. 13).

Assim, o obstáculo pedagógico é inerente ao próprio ato de aprender, de construir o problema e implementar o processo de modelagem. O obstáculo pode:

(...) ser considerado um conhecimento, basta reformular a “dificuldade” estudada em termos, não da falta de conhecimento, mas de conhecimento (falso, incompleto...) para superá-la, pois a dificuldade mostra-se menos resistente (BORGES, 2007, p. 4).

Neste viés, certamente uma implicação importante está relacionada à revisão da perspectiva de nivelamento atribuída a algumas disciplinas alocadas nos primeiros semestres de cursos de graduação, voltadas a sanar “deficiências” formativas dos egressos de um ensino fundamental considerado insuficiente. Afinal, o que o aluno sabe é mais importante para o aprendizado do que aquilo que não sabe ou deveria saber (USTRA, USTRA, 2015).

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A MM constitui-se em um tema bastante presente nas pesquisas da área da Educação, especialmente em dois periódicos, considerando-se uma perspectiva aplicada ao ensino em



nível de graduação. Dentre os artigos voltados para o ensino de conteúdos matemáticos neste nível, são ressaltadas suas potencialidades para contribuir com o aprendizado, enquanto estratégia didática. Esta ênfase nas potencialidades parece contribuir diretamente para que as dificuldades que porventura tenham comparecido nas atividades desenvolvidas não se constituam foco de investigação. Por outro lado, parece indicar também um estágio inicial das pesquisas sobre o tema, quando o foco está mais afinado à propagação das potencialidades de determinado corpo de conhecimentos ou ao próprio objeto da investigação.

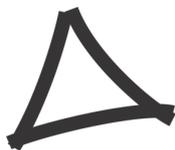
Apenas um artigo dentre os dez voltados à MM enquanto recurso pedagógico no ensino de graduação destaca uma dificuldade relacionada à dificuldade dos estudantes de posicionarem-se criticamente em relação aos resultados obtidos.

A utilização de problemas aplicados na área de formação profissional tem indicado que a aprendizagem dos conceitos matemáticos ocorre de forma mais efetiva, pois os envolvidos conseguem reconhecer os significados envolvidos na maioria das vezes. O acompanhamento da construção destes significados constitui-se objeto de uma quantidade significativa de artigos que apresentam uma ênfase cognitivista.

A carência de artigos abordando a MM para outros campos conceituais além de funções parece indicar amplas perspectivas de ampliação do escopo investigativo da área. Neste sentido, certamente será importante contar com uma definição mais clara das metodologias de análise dos dados de pesquisa.

O viés restritivo observado na definição de temas e fontes de dados para a MM, associado às intervenções pontuais e rápidas em que estas atividades foram propostas (de acordo com as descrições contidas nos artigos) indica uma presença pouco articulada da MM aos momentos formativos da graduação. Este aspecto também pode se constituir em campo para investigação.

Aliás, o próprio estágio de desenvolvimento das pesquisas desenvolvidas sobre o MM, onde se resente de mais detalhes sobre as dificuldades encontradas e sua natureza aponta para uma melhor compreensão da perspectiva de obstáculos pedagógicos, transferindo o peso da ausência de conhecimentos prévios para justamente a influência destes conhecimentos, os



quais interferem diretamente na própria construção do problema e que estão impregnados da experiência cotidiana dos estudantes.

6. REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; FERRUZZI, E. C. Uma aproximação socioepistemológica para a modelagem matemática. In: **Alexandria**, v. 2, n. 2, p. 117-134, 2009.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática para a educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ARAÚJO, C.A.A. A ciência como forma de conhecimento. In: **Ciências & Cognição**, v. 8, p. 127-142, 2006.

ARAÚJO, J. de L. Ser Crítico em Projetos de Modelagem em uma Perspectiva Crítica de Educação Matemática. In: **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 26, n. 43, p. 839-859, 2012.

BACHELARD, G. **A formação do espírito científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento**. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2011.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2014.

BIEMBENGUT, M. S. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das Propostas primeiras às propostas atuais. In: **Alexandria**, v. 2, n. 2, p. 7-32, 2009.

BORGES, M. F. Obstáculos encontrados pelos alunos na aprendizagem da Álgebra Linear. In: **Encontro Nacional de Educação Matemática**, Belo Horizonte, 2007.

BRITO, D. dos S.; ALMEIDA, L. W. O conceito de função em situações de modelagem matemática. In: **Zetetike**, v. 13, n. 23, p. 63-83, 2005.

CARREJO, D. J., MARSHALL, J. What is mathematical modelling? Exploring prospective teachers' use of experiments to connect mathematics to the study of motion. In: **Math. Educ. Res. J.** 19(1): 45-76, 2007.

FERRUZZI, E.C.; ALMEIDA, L.M.W. Modelagem Matemática no ensino de Matemática para engenharia. In: **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 6, n. 1, 2013.

LAUDARES, J.B.; LACHINI, J. O uso da matemática em cursos de engenharia na perspectiva dos docentes de disciplinas técnicas. In: **Revista de Ensino de Engenharia**, v. 24, n. 1, p. 39-45, 2005.

USTRA, M. K.; USTRA, S. R. V. Context Categories in Mathematical Modelling in Fundamentals of Calculus Teaching. In: G.A. Stillman; W. Blum; M. Salett Biembengut. (Org.). **International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling**. Springer International Publishing, p. 407-416, 2015.



VILCHES, A.; GIL, D. El trabajo cooperativo en las clases de ciencias. In: **Alambique**, v.69, p.73-79, 2011.