

## **ANÁLISE DE UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA: IMPLICAÇÕES AO DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO**

*ANALYSIS OF MATHEMATICAL MODELLING ACTIVITY: IMPLICATIONS FOR  
ALGEBRAIC THINKING DEVELOPMENT*

*ANÁLISIS DE UNA ACTIVIDAD DE MODELIZACIÓN MATEMÁTICA: IMPLICACIONES  
PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ALGEBRAICO*

Sandro Rogério Vargas Ustra

E-mail: [rvustra@pontal.ufu.br](mailto:rvustra@pontal.ufu.br)

Universidade Federal de Uberlândia – UFU

Mara Kessler Ustra

E-mail: [ustramk@gmail.com](mailto:ustramk@gmail.com)

Universidade do Estado de Minas Gerais - UEMG

### **RESUMO**

Neste artigo são discutidos resultados da análise de uma atividade de modelagem matemática desenvolvida em uma disciplina de Introdução ao Cálculo no curso de Sistemas de Informação. Utilizando dados sobre consumo versus velocidade de diferentes automóveis, acompanhou-se a resolução de questões de interpolação e extrapolação em sala de aula, visando compreender as dificuldades apresentadas pelos estudantes. Considerando uma abordagem qualitativa, através de procedimentos da Análise de Conteúdo, caracterizaram-se as alternativas utilizadas para resolução do problema, as dificuldades em estabelecer uma análise qualitativa da situação e empregar recursos matemáticos associados à interpretação gráfica e ao raciocínio algébrico. Os resultados indicam a importância dos conhecimentos prévios dos estudantes, tanto como fontes de dificuldades quanto de motivação para o aprendizado. Destaca-se a necessidade de aprofundar a compreensão quanto à relação destas dificuldades com obstáculos pedagógicos e ao desenvolvimento do pensamento algébrico.

**PALAVRAS-CHAVE:** Modelagem matemática. Pensamento algébrico. Função linear.

### **ABSTRACT**

*This article discusses the analysis of a mathematical modeling activity developed in an introduction to the Calculus discipline in the Information Systems course. Using consumption versus speed data from different cars, it was followed the resolution of interpolation and extrapolation issues in the classroom, aiming to understand the difficulties presented by students. Considering a qualitative approach, through content analysis procedures, the alternatives used to solve the problem, challenges in establishing a qualitative analysis of the situation, and to use of mathematical resources associated to the graphic interpretation and to algebraic reasoning were characterized. The results indicate the importance of students' previous knowledge, as sources of difficulties and as motivation for learning. The need to deepen understanding about the relationship of these difficulties with educational obstacles and development of algebraic thinking is highlighted.*

**KEYWORDS:** Mathematical modelling. Algebraic thinking. Linear function.

## RESUMEN

*Este artículo discute los resultados del análisis de una actividad de modelado matemático desarrollada en una disciplina de Introducción al Cálculo en el curso de Sistemas de Información. Partiendo de datos de consumo versus velocidad para diferentes automóviles, se siguió la resolución de problemas de interpolación y extrapolación en el aula, con el fin de comprender las dificultades presentadas por los estudiantes. Considerando un enfoque cualitativo, mediante procedimientos de Análisis de Contenido, se caracterizaron las alternativas utilizadas para la resolución del problema, las dificultades para establecer un análisis cualitativo de la situación y el empleo de recursos matemáticos asociados a la interpretación gráfica y el razonamiento algebraico. Los resultados indican la importancia de los conocimientos previos de los estudiantes, tanto como fuente de dificultades como de motivación para el aprendizaje. Se destaca la necesidad de profundizar en la comprensión sobre la relación de estas dificultades con los obstáculos pedagógicos y el desarrollo del pensamiento algebraico.*

**PALABRAS-CLAVE:** *La modelización matemática. Pensamiento algebraico. Función lineal.*

## INTRODUÇÃO

Neste artigo, apresentamos resultados de uma etapa desenvolvida no âmbito de um projeto de pesquisa mais amplo que visa investigar contextos, possibilidades e perspectivas para a modelagem matemática em cursos do Ensino Superior. Em linhas gerais, nesse contexto, busca-se favorecer um efetivo aprendizado dos conteúdos matemáticos em distintas áreas de formação profissional, especialmente nos cursos de Sistemas de Informação, Agronomia e Engenharia Elétrica de uma unidade da Universidade do Estado de Minas Gerais (UEMG) localizada no Triângulo Mineiro.

O foco das análises, neste recorte, é uma atividade inicial de modelagem matemática desenvolvida em uma disciplina de introdução ao Cálculo no curso de Sistemas de Informação. Partindo de dados sobre consumo versus velocidade de diferentes automóveis, propusemos questões de interpolação e extrapolação, acompanhando sua resolução pelos estudantes. Nosso objetivo era compreender as dificuldades dos estudantes, apresentadas durante a atividade, especialmente quanto às alternativas utilizadas para resolução do problema.

A atividade proposta contempla uma situação na qual o problema e os dados já estão previamente definidos e organizados. Geralmente adotamos esta prática no início da disciplina, configurando-se como um contato inicial dos estudantes com a modelagem matemática, a qual estará presente também em seus projetos finais, quando serão responsáveis pela definição e resolução de um problema específico em suas áreas de formação. Neste primeiro contato, sobressaem-se informações importantes a serem consideradas nas demais atividades planejadas.

## FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A modelagem matemática (MM) envolve a abordagem de questões reais, do âmbito de interesse dos sujeitos envolvidos, visando construir um modelo para sua compreensão e resolução de aspectos problemáticos identificados. A construção e a utilização de modelos matemáticos em diversas áreas é bastante comum; exemplo típico é o uso em processos técnicos principalmente nas engenharias (LAUDARES; LACHINI, 2005; FERRUZZI; ALMEIDA, 2013), onde se constituem importantes recursos, pois fornecem condições para determinar as operações otimizadas de um determinado caso em estudo (planejamento, otimização, aperfeiçoamento, diagnóstico de falhas, controle, etc.).

Nesses tempos de pandemia, destacam-se referências à utilização de modelos/modelagem para prever a evolução da COVID19, planejar ações de combate, orientar diretrizes de saúde pública e, mesmo, colaborar para o engajamento da população em ações voltadas ao bem comum, protegendo-se e protegendo aos demais (FIORAVANTI, 2020). Inclusive, tem presença marcante em discussões, que extrapolam os muros acadêmicos, relacionadas à caracterização e valorização do que venha a ser o conhecimento com respaldo científico (em que pesem, ainda, os rufões do negacionismo).

Sua utilização no ensino de matemática, de modo geral, e especificamente no ensino em nível de graduação, como é nosso foco, pode motivar e apoiar a aquisição e compreensão de métodos e conteúdos desta área (CARREJO; MARSHALL, 2007; ALMEIDA; FERRUZZI, 2009; BIEMBENGUT, 2009).

Um aspecto a ser considerado em atividades de modelagem matemática e que requer atenção especial para ser evitado diz respeito à percepção do valor meramente instrumental dos conteúdos matemáticos, cuja superação pode ocorrer através do estabelecimento de relações entre as variáveis modeladas e elementos pertencentes à esfera profissional e/ou vivencial dos estudantes (USTRA; USTRA, 2015). Essas relações implicam na valorização dos conhecimentos prévios, ou seja enfatizam a contextualização, característica encontrada nas pesquisas sobre MM desenvolvidas no âmbito da Educação Básica e que permite romper com práticas fragmentadas de ensino de matemática e implicam em uma reflexão mais abrangente, considerando aspectos sociais, econômicos, políticos e ambientais (NUNES; NASCIMENTO; SOUSA, 2020).

Comumente a modelagem matemática de qualquer situação ou problema real contempla

uma sequência de etapas, como descrita por Bassanezi (2014):

1. Experimentação: consiste na obtenção dos dados experimentais, essenciais no ponto de vista da modelagem matemática.
2. Abstração: momento da formulação do modelo matemático a partir dos dados experimentais e da discriminação das variáveis que descrevem a situação em estudo.
3. Resolução: etapa do teste do modelo formulado, ou seja, implica na formulação da situação problema em linguagem matemática.
4. Validação: processo em que o modelo proposto é aceito ou não, momento do confronto entre o modelo, juntamente com as hipóteses formuladas na etapa da abstração, com os dados experimentais.
5. Modificação: considerando fatores ligados aos dados experimentais, pode implicar em reformulação, análise das hipóteses ou variáveis que não foram consideradas e que estejam afetando o modelo.

Estas etapas caracterizam uma visão geral do processo de modelagem, auxiliando na condução das atividades quer por estudantes, professores e/ou demais profissionais envolvidos. São etapas que compreendem a MM enquanto uma metodologia voltada para a construção ou validação de um modelo matemático.

Em atividades de MM, o envolvimento dos alunos pode ocorrer segundo três casos que são representativos de distintos graus de participação na configuração do problema. Num primeiro caso, a situação problema, os dados e demais informações necessárias são disponibilizados pelo professor. O segundo caso prevê a proposição de uma situação problema, para a qual os alunos, geralmente em grupos, deverão investigar, definir as variáveis e obter os dados necessários para formalizar o modelo. Já no terceiro caso, os alunos, também em grupos, serão responsáveis por construir o problema e dar seguimento às demais etapas da MM (BARBOSA, 2001; ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

Geralmente no terceiro caso ocorre o desenvolvimento de projetos mais amplos, relacionados a temas sugeridos na turma, para os quais se requer levantamento de dados, formulação do problema e delineamento de estratégias de enfrentamento.

Estes três casos apresentam variações significativas em relação ao tempo e ao envolvimento do professor e da turma, representando do primeiro ao terceiro uma maior responsabilidade por parte dos alunos. De forma geral, as habilidades dos alunos na resolução de problemas são potencializadas durante o processo da modelagem matemática.

Na atividade que analisamos, voltamos atenção especial à etapa da abstração, uma vez que permite compreender em que medida o problema foi (re)construído na perspectiva dos estudantes e quais as dificuldades enfrentadas durante sua resolução.

Neste sentido, é importante considerar que:

É através da abstração refletida que o sujeito constrói os conceitos matemáticos, abrindo caminho para sua generalização a uma grande variedade de conteúdos inacessíveis sem essa tomada de consciência (MARTINS, 2007, p. 27).

Através da evolução da abstração (reflexionante), o sujeito amplia sua capacidade de resolver impasses e desafios impostos pelos objetos de conhecimento. Conforme a capacidade de abstração é aperfeiçoada, o mesmo ocorre concomitantemente com o processo da tomada de consciência (a abstração reflexionante transforma-se em abstração refletida através da tomada de consciência), resultando no aumento da capacidade cognitiva do sujeito (SILVA; BARONE; BASSO, 2016).

## DELINEAMENTO METODOLÓGICO

Em termos metodológicos, utilizamos uma abordagem qualitativa para os dados obtidos, através da observação participante, enfatizando um viés mais interpretativo para a pesquisa (VIANNA, 2003).

Atividade de MM foi desenvolvida no primeiro semestre letivo de 2018 em uma turma de ingressantes do curso de Sistemas de Informação na disciplina de Noções de Cálculo I. Foram utilizadas quatro aulas de 50 minutos para o desenvolvimento da atividade, sendo duas para resolução por parte dos estudantes e duas para apresentação dos resultados e discussão junto à turma.

A atividade selecionada para esta análise contempla o primeiro caso de participação dos estudantes na formulação do problema, no qual foi apresentada uma matéria da revista Quatro Rodas (QUATRO RODAS, 2018) sobre consumo versus velocidade de diferentes automóveis, com a proposição de questões que envolviam interpolação e extrapolação.

Trata-se de um tema que integra várias áreas disciplinares, especialmente através de conceitos da matemática e da física, mas que, dadas às características dos participantes, remete a conhecimentos de senso comum associados à locomoção urbana.

Inicialmente foi disponibilizada a matéria da revista selecionada para que os alunos

pudessem ler individualmente e refletir quanto aos dados apresentados. Trata-se de uma matéria informativa onde constam dados sobre o quanto o consumo de combustível aumenta em função do aumento de velocidade, considerando três automóveis abastecidos com gasolina, um abastecido com diesel e um automóvel híbrido. Nesta atividade, descartamos o caso do automóvel híbrido.

Para cada veículo e para velocidades de 80, 100 e 120 km/h, são apresentados o consumo total (em l), consumo médio (em km/l), rotação do motor (em rpm) e custo (em reais). Para obter os dados, a equipe da revista simulou uma viagem de 500 km e calculou os gastos, estabelecendo uma comparação entre os modelos de carros. A Tabela 1 apresenta os valores indicados na matéria para o consumo de acordo com as velocidades escolhidas.

**Tabela 1:** Valores de consumo versus velocidade

Carro (combustível)	Consumo (km/l) a		
	80 km/h	100 km/h	120 km/h
A (G)	23,5	19,8	16,4
B (D)	22,7	18,9	14,9
C (G)	18,1	15	12,2
D (G)	20,6	17,1	12,3

Fonte: Dados extraídos do artigo da revista.

Em grupos de 4 ou 5 componentes, os estudantes deveriam responder às seguintes questões:

1. Qual o consumo médio dos veículos (gasolina ou diesel) a 110 km/h e a 130 km/h?
2. Que fatores influenciam/determinam o consumo médio destes veículos?
3. Como o consumo médio destes veículos poderia ser melhorado?

Durante a resolução em aula pelos estudantes, registramos no diário de bordo nossas observações quanto às principais estratégias adotadas pelos grupos e o tempo médio destinado para as mesmas. Posteriormente, de posse do relatório de cada grupo, estabelecemos uma análise das respostas formuladas em aula e uma triangulação com nossos registros observacionais.

Para interpretar e compreender os dados, utilizamos procedimentos inspirados na Análise de Conteúdo (BARDIN, 2011). Neste âmbito, destacaram-se os esforços de inferência e interpretação, onde o apoio em referenciais teóricos da área permitiram consolidar as categorias propostas e avançar na compreensão quanto às dificuldades dos estudantes na

resolução das questões.

## RESULTADOS E ANÁLISE

Em linhas gerais, os estudantes buscaram responder as questões lembrando de situações e experiências cotidianas, num contexto em que praticamente todos já eram motoristas. Inclusive, um dos estudantes era motorista profissional de uma instituição de ensino local.

Na Tabela 2 apresentamos uma sistematização das respostas dadas pelos grupos.

**Tabela 2:** Sistematização das respostas dos grupos

Grupo	Questão 1	Questão 2	Questão 3
1	Não respondeu.	Pneus calibrados; ar condicionado ligado; maior ou menor giro do motor, velocidade e o preço do combustível.	Menor preço do combustível e manutenção programada do carro
2	Não respondeu.	O conjunto todo influencia: o preço, rpm, velocidade, acessórios ligados.	Equilíbrio entre aceleração e peso do veículo.
3	Utilizou regra de 3.	Calibragem correta dos pneus, peso, rpm, velocidade, vidro aberto ou fechado, tipo de terreno em que o carro transita.	Controle da rotação do motor (rpm), calibragem correta dos pneus, evitar o excesso de peso sobre eixo, evitar troca de marcha desnecessária e manutenção programada do carro.
4	Utilizou regra de 3.	Momento de troca de marchas, o peso do carro, a aceleração, a quantidade de cilindros e as adversidades do terreno.	Equilíbrio entre aceleração e peso do veículo.
5	Utilizou regra de 3.	Rpm, o peso do carro, a velocidade, a potência do motor.	Trocas mais rápidas de marchas, ar condicionado ligado para evitar janelas abertas, manutenção programada do carro.
6	Iniciaram algumas aproximações, mas não finalizaram.	Velocidade, motor, combustível, condições meteorológicas, aceleração.	Não concluiu.

Fonte: Dados da pesquisa.

A recorrência da utilização de uma regra de três, buscando uma média para o intervalo das velocidades em que era solicitado o consumo, está relacionada a uma tentativa de resolução de forma rápida, sem demandar uma análise qualitativa mais aprofundada da situação. Esse procedimento é adotado em situações típicas do dia a dia, quando se busca fazer uma estimativa de modo breve e sem necessidade de rigor matemático.

Quanto aos fatores associados ao consumo e à sua redução, as respostas envolveram também argumentos de senso comum, como aspectos relacionados à forma de condução, preço

do combustível, tipo de terreno e estado de manutenção do veículo. Entretanto, não houve uma sistematização destes fatores em termos de variáveis físicas (ou técnicas), como resistência, potência e transformação de energia. A referência ao preço do combustível, por exemplo, consiste em uma preocupação bastante objetiva de ordem prática (em termos econômicos), mas não está associada à diminuição do consumo de combustível.

Através do acompanhamento dos grupos, durante a resolução do problema, pudemos registrar comentários sobre as principais dificuldades encontradas. Dentre elas, as principais estavam relacionadas a:

- Identificação de variáveis;
- tentativa de lembrar de uma “fórmula” que utilizasse a velocidade como variável para encontrar o consumo total.
- busca de uma relação entre a rotação do motor e o consumo médio;
- identificação do tipo de combustível utilizado.

Ao término da etapa de resolução, os estudantes manifestaram suas impressões sobre o desenvolvimento da atividade. As manifestações abaixo, registradas no diário de bordo, são exemplares (destaques nossos):

Difícil, *não entendi* nada (Aluna A).

Não consegui achar um *raciocínio para resolver* (Aluno B).

Eu sei *o que tenho que fazer*, mas não sei como vou fazer (Aluna C).

Estamos acostumados apenas a *exercícios de livros* (Aluno D).

[Foi quando] Chegou *perto da realidade* que ficou difícil de resolver (Aluno E).

Não tem *resultado exato* (não com os métodos que a gente sabe) (Aluna F).

Não tem como ter *uma fórmula*, por que os carros são diferentes, terrenos, pesos são todos diferentes. Então temos que fazer uma formula para cada carro (Aluno G).

Os termos destacados em itálico indicam unidades de registro (categorias iniciais) escolhidas nas afirmações dos estudantes quanto à avaliação da atividade, as quais categorizamos conforme a Tabela 3:

**Tabela 3:** Categorização das avaliações dos estudantes

Unidade de registro	Categorias
não entendi	Indefinição do problema



raciocínio para resolver o que tenho que fazer resultado exato uma fórmula	Operativismo
exercícios de livros perto da realidade	Contextualização

Fonte: Dados da pesquisa.

A indefinição do problema refere-se à dificuldade em compreender a situação apresentada, o que implica na ausência de resolução. O operativismo está associado à tentativa de resolução rápida e conforme algum esquema já conhecido, sem uma análise qualitativa.

A contextualização configura-se em situações nas quais os estudantes comparam o problema proposto a outros similares que já resolveram. Interessante observar que, na medida em que os problemas se aproximam de situações cotidianas, o nível de dificuldade é tido como mais elevado. Esse resultado é apontado também em outros trabalhos da área, levando à necessidade de se avançar para categorias de contextualização que envolvam a realidade profissional futura e a própria realidade social, sua compreensão e transformação (FERREIRA; JACOBINI, 2010; USTRA; USTRA, 2015).

Na última etapa da atividade, quando demos retorno da avaliação das respostas entregues e indicamos uma possível estratégia de resolução através da representação gráfica da relação entre as variáveis consumo médio (km/l) x velocidade (km/h), aproveitamos para questionar aos estudantes haviam cogitado utilizá-la.

De modo geral, responderam que não sabiam como o gráfico poderia ajudar ou que não tinham ideia de como selecionar e organizar os dados. A organização dos dados em uma tabela representou uma estratégia para a qual não haviam sentido necessidade.

Neste contexto, orientamos para que fizessem a representação gráfica do consumo médio para cada carro nas velocidades de 80, 100 e 120 km/h em papel milimetrado no mesmo plano cartesiano. Discutimos o significado das retas obtidas para a relação entre as variáveis e o que indicariam as diferentes inclinações encontradas, classificando os carros segundo o critério economia de combustível.

Na sequência, com auxílio do gráfico, estimaram por meio de interpolação e extrapolação o consumo médio dos automóveis em 110 e 130 km/h. Avançando para a determinação algébrica das funções lineares, foram comparados os valores calculados do consumo médio com aqueles estimados graficamente.

Na finalização das comparações (dos valores do consumo, considerando as

determinações gráficas e algébricas), as principais dificuldades dos estudantes consistiram em encontrar as funções; determinadas estas, a resolução das mesmas para os valores solicitados da velocidade transcorreu de forma bastante tranquila. As funções encontradas foram:

$$y_A = -0,178x + 37,65$$

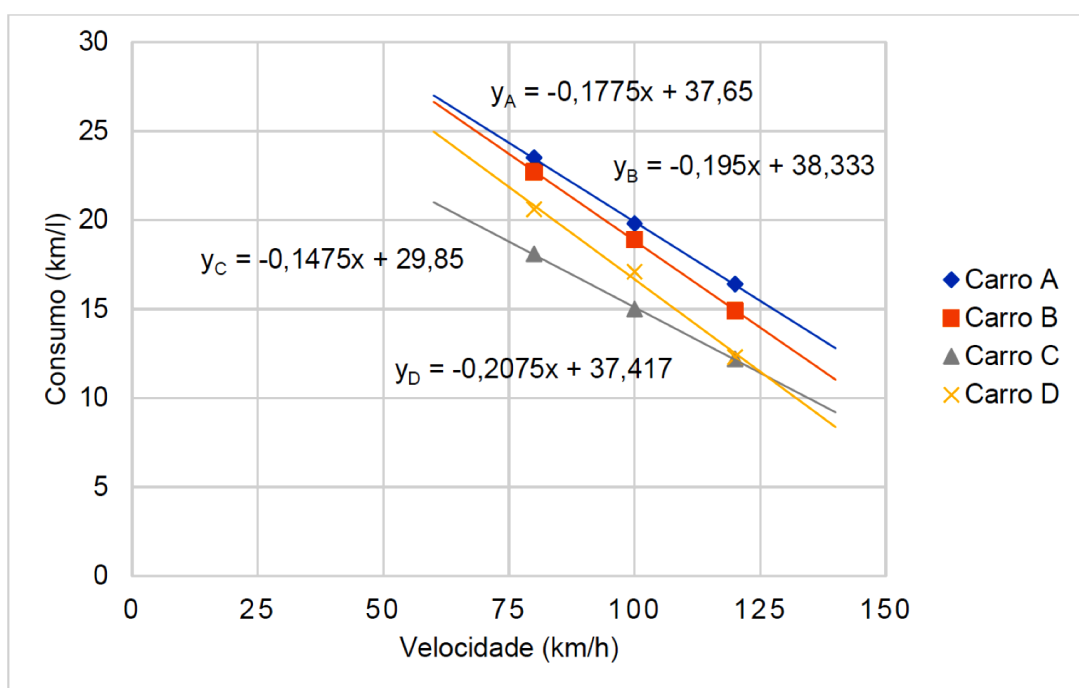
$$y_B = -0,195x + 38,33$$

$$y_C = -0,148x + 29,85$$

$$y_D = -0,208x + 37,42$$

O Gráfico 1 ilustra a distribuição de dados e as respectivas funções (indicadas por segmentos de reta).

**Gráfico 1:** Consumo X velocidade



Fonte: Dados da pesquisa.

Situamos as dificuldades em determinar as funções de forma mais ampla, no sentido de compreender qual é a especificidade do problema e quais os recursos matemáticos que podem ser utilizados para buscar sua solução. Estas dificuldades situam-se na etapa da abstração, ou seja, da construção do problema e identificação das variáveis envolvidas. Para além da simples compreensão do enunciado, envolve a construção de significados para a situação e os dados envolvidos. Através destes significados é que se chegará:

(...) à formulação de problemas com enunciados que devem ser explicitados de forma clara, compreensível e operacional. Desta forma, um problema se constitui em uma pergunta científica quando explicita a relação entre as variáveis ou fatos envolvidos no fenômeno (BASSANEZI, 2014, p. 28).

Esse esforço de abstração está associado ao próprio trabalho de compreender e enfrentar um problema genuíno em contextos de produção do conhecimento científico. Constitui-se em um obstáculo epistemológico, o qual pode ser compreendido analisando-se:

(...) as *dificuldades* das abstrações corretas, assinalando as insuficiências dos primeiros intentos, o peso dos primeiros esquemas, ao mesmo tempo que destacamos o caráter discursivo da coerência abstrata e essencial que nunca logra seu objetivo da primeira vez. (BACHELARD, 1996, p. 8, grifo do autor).

O que costuma ser associado a uma falta, uma carência de conhecimentos prévios, pelo contrário, passa a:

ser considerado um conhecimento, basta reformular a “dificuldade” estudada em termos, não da falta de conhecimento, mas de conhecimento (falso, incompleto ...) para superá-la, pois a dificuldade mostra-se menos resistente (BORGES, 2007, p. 4).

Trata-se da incompletude do desenvolvimento do pensamento algébrico, ou melhor, de necessidades formativas associadas ao mesmo e que persistiram após o término da Educação Básica, avançando em turnos do Ensino Superior. Na literatura encontramos vários estudos abordando dificuldades dessa natureza em alunos universitários (MARIANO, 2013; SAVIOLI; SILVA, 2017; RODRIGUES; PINTO, 2020). São identificadas fragilidades numa formação que remonta à Educação Básica, espaço formativo onde “ainda prevalece a aprendizagem de um conjunto de técnicas operatórias que busca apenas resolver equações sem contextualizá-las, porém” (COELHO, AGUIAR, 2018).

Assim, não são desenvolvidas e consolidadas habilidades do pensamento algébrico, tais como: "entender um problema, perceber a existência de valores desconhecidos e padrões, de generalizar, de modelar, de fixar relações, de argumentar matematicamente, utilizar a linguagem simbólica e manipular analiticamente" (RODRIGUES; PINTO, 2020, p. 100).

A partir das resoluções implementadas e das manifestações dos estudantes, evidenciamos que não foi percebida a diferença entre o significado da regra de três (proporcionalidade) e da função linear encontrada. Não estava claro para os estudantes que, na situação apresentada, havia um valor inicial o que acarretava em comprometimento das

soluções encontradas pela regra de três.

Importante frisar que "o centro do pensamento algébrico está na generalização que abarca a extensão deliberada do raciocínio ou da comunicação para além do caso ou casos particulares considerados" (MARIANO, 2013, p. 7-8).

A abstração algébrica envolve dois aspectos do pensamento algébrico:

(i) as ideias algébricas podem ser expressas utilizando várias representações (linguagem natural, diagramas, tabelas, expressões numéricas, gráficos) além da notação algébrica convencional que envolve letras e, (ii) a ênfase é colocada nos significados e na compreensão, ou seja, o recurso aos símbolos é um modo de representar as ideias gerais tidas do raciocínio e da compreensão (MARIANO, 2013, p. 7-8).

Consiste, em nosso ver, de considerar aprendizados que deveriam ter ocorrido em um estágio anterior e que, nos cursos de graduação, implicam em avaliar não apenas o que deixou de ser desenvolvido, mas também, e principalmente, os conteúdos efetivamente desenvolvidos e associados a vivências cotidianas e concepções de senso comum. Portanto, não se trata, no Ensino Superior, de trabalhar pedagogicamente apenas (ou de forma isolada) os conteúdos específicos da álgebra ou da geometria que estariam faltando (ou como se estivessem ausentes), mas desenvolver o pensamento algébrico considerando o estágio atual em que se encontram os alunos (já adultos).

Relativamente ao pensamento algébrico, são consideradas etapas de desenvolvimento sequenciais:

- (a) Pensamento Algébrico factual – mais relacionado à aritmética;
- (b) Pensamento Algébrico contextual – mais relacionado à expressão de relações através da linguagem natural e à estrutura do contexto;
- (c) Pensamento Algébrico padrão – relacionado à síntese da linguagem natural e à estrutura do contexto (RODRIGUES; PINTO, 2020, p. 92).

Neste quadro, a etapa intermediária contempla o nível de desenvolvimento do pensamento algébrico inferido através das atividades. Cumpre destacar, ainda, que:

modelar uma situação, ou problema de estrutura algébrica, não significa, necessariamente, utilizar a linguagem simbólica da álgebra. É possível utilizar, por exemplo, a linguagem gestual, pictórica, natural, numérica ou simbólica algébrica para representar um problema algébrico (ALMEIDA; SANTOS, 2017, p. 45).

Desta forma, a análise prévia qualitativa do problema a ser resolvido representaria um

momento importante para evidenciar a necessidade dos estudantes (e professores) promoverem o desenvolvimento do pensamento algébrico (FIORENTINI et al., 2005), especialmente considerando a ideia de função (como foi nosso caso), numa concepção de álgebra enquanto o estudo de relações entre quantidades, no qual as variáveis são usadas como parâmetros ou argumentos para construir e interpretar gráficos (USISKIN, 1999).

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Analisando a atividade desenvolvida, caracterizamos as principais alternativas utilizadas pelos estudantes para resolução do problema e suas dificuldades em empregar recursos matemáticos associados à interpretação gráfica e ao pensamento algébrico. A principal recorrência adotada à regra de três consistiu num expediente não justificado em virtude dos dados, mas adotado meramente pela familiaridade. Os estudantes, num primeiro momento, não conferiram importância à função que determinava a relação entre a velocidade e o consumo médio. A própria sistematização dos dados em uma tabela não foi desenvolvida por nenhum dos grupos.

Percebemos certa ansiedade em lembrar de uma “fórmula” que estabelecesse a relação entre as variáveis. Essa postura chega a ser indicada nas manifestações dos estudantes, quando se referem à busca pelo “raciocínio” ou a uma prática recorrente em resolver problemas encontrados nos livros, mas com pouco vínculo com seus cotidianos.

Também os fatores que influenciam o consumo médio e as possibilidades para a redução do consumo total foram, em grande parte, extraídos do próprio texto da matéria, sem uma reflexão mais aprofundada ou um exercício de raciocínio mais amplo. Por outro lado, algumas informações que eram apresentadas diretamente no texto não foram consideradas, como foi o caso da indicação do tipo de combustível de cada carro, motivo de dificuldade de alguns grupos.

As dificuldades identificadas para a modelagem do problema proposto remetem a um duplo desafio para os estudantes: compreender de que trata o enunciado do problema e identificar quais as possíveis estratégias a serem adotadas. Esses impasses vêm sendo encontrados com frequência no trabalho mais amplo que estamos desenvolvendo nas práticas de modelagem matemática em cursos superiores.

A utilização de problemas contextualizados ou aplicados na área de formação profissional tem indicado que a aprendizagem dos conceitos matemáticos envolvidos, como no

caso relatado, requer que sejam consideradas suas necessidades formativas, pois os estudantes não conseguem constituir uma visão geral de possíveis estratégias de resolução e têm dificuldades mesmo de acompanhar a discussão de soluções encaminhadas pelo professor em sala de aula.

Diante deste quadro, uma alternativa promissora é a articulação de situações aplicadas à área de formação em níveis crescentes de complexidade e de forma a permitir que alguns conceitos fundamentais sejam aprendidos ou ressignificados, preenchendo uma necessidade formativa de estágios anteriores e atendendo às especificidades (principalmente de horários) da turma do noturno.

Por outro lado, o que assume status de dificuldade para a execução de atividades de modelagem matemática precisa ser compreendido e tratado sob a perspectiva de obstáculos pedagógicos, transferindo o peso da ausência de conhecimentos prévios para justamente a influência destes conhecimentos, os quais interferem diretamente na própria construção do problema e que estão impregnados da experiência cotidiana dos estudantes.

Assim, os resultados indicam a importância de se considerarem conhecimentos e vivências prévios dos estudantes, tanto como fontes de dificuldades quanto elementos de motivação para o aprendizado dos conteúdos (conceituais, procedimentais e atitudinais) através da modelagem.

Nesse contexto, articulamos estas dificuldades ao desenvolvimento do pensamento algébrico, especialmente enquanto processo que deveria ter ocorrido em etapas formativas anteriores e que requer intervenções didáticas simultâneas para o avanço do aprendizado em cursos de graduação.

## REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, J.R.; SANTOS, M.C. Pensamento algébrico: em busca de uma definição. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 6, n. 10, p. 34-60, 2017.
- ALMEIDA, L. M. W.; FERRUZZI, E. C. Uma aproximação socioepistemológica para a modelagem matemática. **Alexandria**, v. 2, n. 2, p. 117-134, 2009.
- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R.E. **Modelagem matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.
- BACHELARD, G. **A formação do espírito científico**: contribuição para uma psicanálise do conhecimento. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.
- BARBOSA, J. C. **Modelagem matemática**: concepções e experiências de futuros professores.

- Tese de Doutorado em Educação Matemática, UNESP, 2001.
- BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2011.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2014.
- BIEMBENGUT, M. S. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das Propostas primeiras às propostas atuais. **Alexandria**, v. 2, n. 2, p. 7-32, 2009.
- BORGES, M. F. Obstáculos encontrados pelos alunos na aprendizagem da Álgebra Linear. **Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática**, Belo Horizonte, 2007.
- CARREJO, D. J., MARSHALL, J. What is mathematical modelling? Exploring prospective teachers' use of experiments to connect mathematics to the study of motion. **Mathematics Education Research Journal**, 19(1): 45-76, 2007.
- COELHO, F. U.; AGUIAR, M. A história da álgebra e o pensamento algébrico: correlações com o ensino. **Estudos Avançados**, v. 32, n. 94, p. 171-187, 2018.
- FERREIRA, D.; JACOBINI, O. Modelagem Matemática e Ambiente de Trabalho: uma Combinação Pedagógica Voltada para a Aprendizagem. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 1, n. 1, p. 9-26, 2010.
- FERRUZZI, E.C.; ALMEIDA, L.M.W. Modelagem Matemática no ensino de Matemática para engenharia. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, vol. 6, n. 1, 2013.
- FIORAVANTI, C. Para prever os rumos das epidemias. **Pesquisa FAPESP**, n. 292, p. 40-43, 2020.
- FIorentini, D.; FERNANDES, F. L. P.; CRISTÓVÃO, E. M. Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico. **Seminário Luso-brasileiro de Investigações Matemáticas no Currículo**, Portugal, 2005.
- LAUDARES, J.B.; LACHINI, J. O uso da matemática em cursos de engenharia na perspectiva dos docentes de disciplinas técnicas. **Revista de Ensino de Engenharia**, v. 24, n. 1, p. 39-45, 2005.
- MARTINS, Larissa C. **Abstração reflexionante e aprendizagem de proporção: Ensino de Matemática na sexta série**. Dissertação de Mestrado em Educação, UFRGS, 2007.
- NUNES, A. DA S.; NASCIMENTO, W. J.; SOUSA, B. N. P. A. Modelagem Matemática: um panorama da pesquisa brasileira na educação básica. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 11, n. 4, p. 232-253, 2020.
- QUATRO RODAS. **A rota está sendo calculada**. São Paulo: Abril, Edição 708, p. 94-97, maio, 2018.
- RODRIGUES, M. DA S. C.; PINTO, M. M. F. Caracterizações do Pensamento Algébrico na Escola Básica. **Abakós**, v. 8, n. 1, p. 86-102, 2020.
- SAVIOLI, A.M.P.D.; SILVA, E.M. Pensamento algébrico: análise da produção escrita de estudantes participantes de um projeto de ensino. **Encontro Paranaense de Educação Matemática**, Cascavel, 12p., 2017.
- SILVA, R. S., BARONE, D. A. C.; BASSO, M. V. A. Modelagem matemática e tecnologias digitais: uma aprendizagem baseada na ação. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 18, n. 1, 2016.



USISKIN, Z. Conceptions of school algebra and uses of variables. **The ideas of algebra**, K-12 Readings from NCTM's School-Based Journals and Other Publications, Barbara Moses. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, p. 7–13, 1999.

USTRA, M. K.; USTRA, S. R. V. Context Categories in Mathematical Modelling in Fundamentals of Calculus Teaching. In: G.A. Stillman; W. Blum; M. Salett Biembengut. (Org.). **International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling**. Springer International Publishing, p. 407-416, 2015.

VIANNA, H. M. **Pesquisa em educação: a observação**. Brasília: Plano Editora, 2003.